

Matemática Discreta - Final del 27-7-2011

1.

- (a) Sea R una relación de equivalencia en el conjunto A . Probar que $\forall a, b \in A : aRb \leftrightarrow [a] = [b]$
- (b) En R se define la relación $xTy \leftrightarrow x = y \vee 3x + 3y + 2 = 0$. Probar que es una relación de equivalencia. Hallar el conjunto cociente. ¿Existen clases con 3 elementos? ¿Y con 1 elemento?

2.

- (a) Definir átomo de un álgebra de Boole. Probar que el producto de dos átomos diferentes es cero.
- (b) Probar que la relación $\forall x, y \in B : xRy \leftrightarrow x + y = y$ es de orden.
- (c) Probar que en un álgebra de Boole con el orden definido en (b) se cumple: $(x \prec \bar{y} \wedge x.\bar{z} \prec y) \rightarrow y = 0$

3.

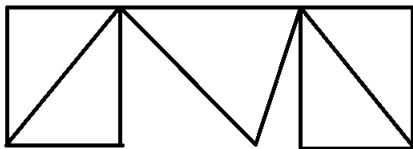
- (a) Definir "árbol" y "bosque". Probar que si $G = (A, V)$ es un bosque, $|A_G| = |V_G| - k$ siendo k la cantidad de árboles de G .
- (b) Probar que en todo árbol existen al menos dos vértices de grado 1.

4.

- (a) Definir digrafos conexos y fuertemente conexos. Dar ejemplos.
- (b) Probar que si G es un grafo entonces $G \vee \bar{G}$ son conexos.
- (c) Definir grafo completo K_n y grafo bipartito completo $K_{n,m}$. Dar condiciones para que los mismos sean grafos de Euler. Justificar.

5. Dar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justificar su respuesta.

- (a) Existe un grafo dirigido de 3 vértices, no euleriano tal que cada vértice tiene grado interior igual al grado exterior.
- (b) El grafo



admite al menos 2 árboles generadores mínimos con todas sus aristas distintas.

- (c) Un lazo no puede formar parte de un camino mínimo en un grafo dirigido ponderado.
- (d) Todo grafo conexo de 5 vértices y 6 aristas es un árbol.