Coloquio de Matemática Discreta

Ejercicio 1:

a) Probar que si R es una relación de equivalencia definida en el conjunto A entonces se cumple: $\forall a,b \in A : aRb \rightarrow [a]=[b]$

b) Sea en N la relación definida por : $a\,R\,b \Leftrightarrow a|b \;\vee\; b|a$

b1) Probar que es una relación de equivalencia.

b2) Restringir la relación del punto b1) al conjunto BxB siendo B= $\{2,3,4,5,6\}$ y calcular las cl[2] y cl[3] y hallar el conjunto cociente y dibujar la partición.

Ejercicio 2: Sea B un álgebra de Boole:

a) Probar que la relación definida por $\forall x,y \in \mathrm{B}, xRy \leftrightarrow x+y=y$ es un orden (notación: $x \leq y$)

b) Probar que $\forall x \in \mathrm{B}, 0 \leq x \leq 1$

c) Probar que si $\forall x,y,z,w \in \mathrm{B}$, si $(w \leq x \wedge y \leq z) \rightarrow (w.y \leq x.z \wedge w+y \leq x+z)$

Ejercicio 3: Sean :

$$A = \begin{array}{c|ccccccc|} v_1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ v_3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ v_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{array}$$ la matriz de incidencia y $P = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ la matriz de los pesos

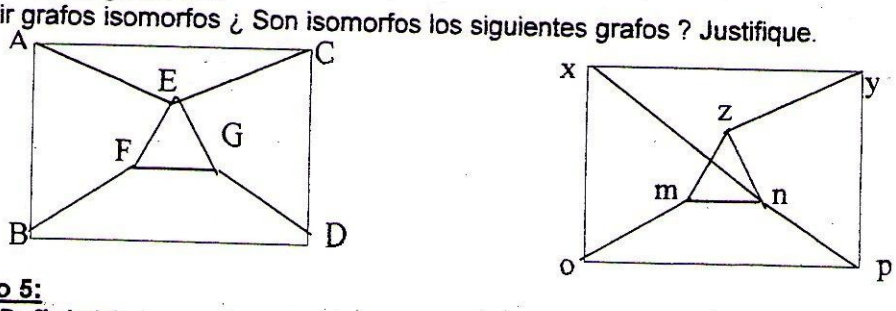
a)Dibujar el digrafo.¿ Es un grafo de Euler ?. Justifique su respuesta. En caso afirmativo hallar dicho camino, sino considerar el grafo asociado a él y realizar el mismo análisis.

b) En el grafo asociado al digrafo ¿ Cuántos caminos de longitud 3 hay entre v_1 y v_3 ? Justifique su respuesta.

c) En el digrafo, hallar el camino mínimo entre v_1 y v_5 .Indicar algoritmo utilizado.

Ejercicio 4: a) Definir grafo completo ¿ Qué cantidad de aristas tiene un grafo completo si tiene un vértice de grado 3 ?.

b) Definir grafos isomorfos ¿ Son isomorfos los siguientes grafos ? Justifique.



Ejercicio 5:

a) ***Definir*** árbol y ***probar*** que si el grafo G = (V , A) es un árbol entonces si saca una arista deja de ser conexo $\wedge |A| = |V| - 1$

b) ***Definir*** árbol m -ario, hoja (h = cantidad de hojas) y vértice interno (i =cantidad de vértices internos) y ***probar*** que si un árbol m -ario completro tiene n vértices entonces:

$n = m \,.\, i + 1$ y $h = (m - 1).\, i + 1$