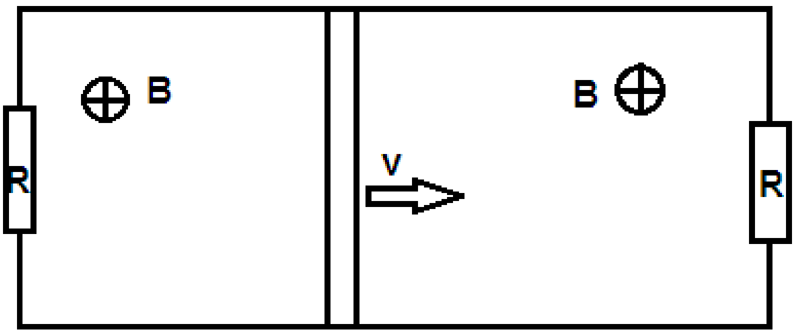
1)



a- Según nuestro buen amigo Faraday

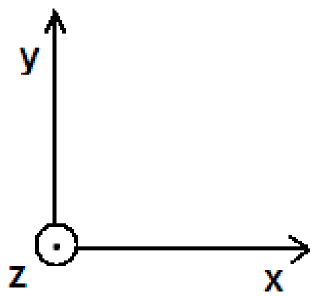
$$e_i = \frac{d\Phi_C}{dt} = \oint_C (\bar{V} \times \bar{B}).\bar{dl} - \iint_{Sc} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{S}$$

Vamos a utilizar el término de la derecha, db/dt es cero porque B es constante en el tiempo:

$$e_i = \oint_C (\bar{V} \times \bar{B}).\bar{dl} - \iint_{Sc} \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} \cdot d\bar{S} = \oint_C (\bar{V} \times \bar{B}).\overline{dl}$$

Propongo una circulación en el sentido anti horario para la **ventana izquierda** utilizando la siguiente terna

$$V = V\breve{\imath} \ , B = -B\,\breve{k} \quad ==> \bar{V} \times \bar{B} = VB\breve{\jmath}$$



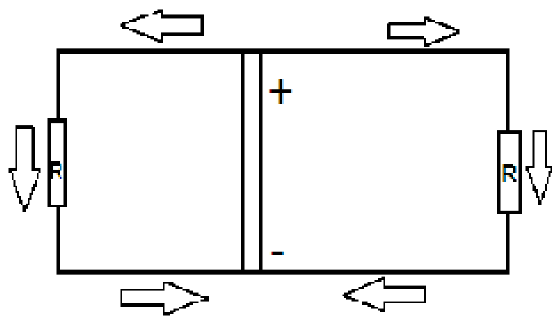
Como curva C tomo el contorno de la ventana, la integral de línea se parte en 4 integrales, pero 3 se hacen cero porque no se mueven, solo sobrevive la integral sobre la varilla móvil.

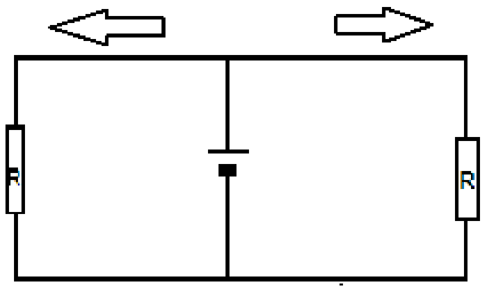
$$\boxed{\boldsymbol{e_i = \oint_C (\bar{V} \times \bar{B}).\overline{dl} = \int_0^L VB\breve{\jmath}.dy\ \breve{\jmath} = VBL = 0,6V}}$$

Como dio positiva, el sentido propuesto es el correcto.

Para la **ventana derecha** de vuelta propongo una circulación anti horaria. Haciendo lo mismo de antes queda:

$\boxed{\boldsymbol{e_i = \oint_C (\bar{V} \times \bar{B}).\overline{dl} = \int_L^0 VB\breve{\jmath}.dy\ \breve{\jmath} = -VBL}}$, como dio negativo entonces en la parte derecha la corriente inducida va en el sentido horario y es del mismo valor.
Lo que tenemos entonces es algo así:





La polaridad la podemos deducir con Lorentz, F=q (VxB), las cargas positivas se dirigen a la parte superior de la barra y las negativas a la parte inferior.
Ahora, esto podemos pensarlo como un circuito de continua con dos resistencias en paralelo (ambas tienen la misma diferencia de potencial).

No recuerdo si te pedían justificar que la fem (en módulo) es la diferencia de potencial, por las dudas:
$\bar{E}_d = \bar{E}_m + \bar{E}_c + \bar{E}_i$ donde Ed es el campo electrodinámico, Em el electromotor, ambos cero, Ec es el coulombiano, y Ei el inducido.
$0 = \bar{E}_c + \bar{E}_i ==> \bar{E}_c = -\bar{E}_i ==> \int_A^B \bar{E}_c \, . \, \bar{dl} = -\int_A^B \bar{E}_i \, . \, \bar{dl} = V_A - V_B$ por lo que la fem tiene sentido contrario a la diferencia de potencial y son iguales en módulo.

Como por la varilla circula una corriente I, al bifurcarse, por cada resistencia circula I/2 (porque ambas resistencias son iguales, según el enunciado). Ahora solo resta aplicar Ohm y listo.

$$\boxed{R = \frac{V}{I} = \frac{0{,}6\,V}{0{,}015\,A} = \mathbf{40\Omega}}$$

b-
Como B es uniforme se tiene que
$\bar{F}_{AB} = I\,\bar{l}_{AB} \times \bar{B}$ por lo que $\boxed{\bar{F}_{var} = -ILB\,\breve{\imath} = \mathbf{-0,036\,N}\,\breve{\imath}}$

2) a-
Podríamos calcular el campo de la barra finita y después circularlo pero lleva la mitad del final. Como es una distribución finita podemos imponer que el potencial de referencia esté en el infinito y darle el valor de cero (de hecho el enunciado lo dice).
Dado que se cumple lo anterior, podemos usar la expresión para el potencial

$$V(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \int_{L'} \frac{\lambda_{(\bar{r}\,')}\,dl'}{|\bar{r} - \bar{r}\,'|} + k$$

Donde K es el valor del potencial de mi referencia (cero). La integral se hace sobre L´, es decir sobre mi distribución de cargas, NO DE A a B NI HACIA INFINITO NI NADA.

La expresión anterior nos da el “”potencial”” de un punto. En realidad nos da la diferencia de potencial respecto de mi referencia, pero como ésta es cero quedo como algo puntual, pero no hay que olvidar que el potencial está definido como diferencia.
$\overline{r}$ indica la posición donde yo quiero calcular mi potencial, y $\overline{r}\,'$ señala la posición de mi distribución de cargas.
$\overline{r} = A = (-\frac{L}{2}, 0, 0\,)$ y $\overline{r}\,' = (x, 0{,}0)$ con 0<x<L . Entonces, como la densidad no depende de la posición:

$$V(A) = \frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \int_0^L \frac{dx'}{\left|-\frac{L}{2} - x, 0{,}0\right|} = \frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \int_0^L \frac{dx'}{x + \frac{L}{2}} =$$

$$\boxed{V(A) = \frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \left[\ln\left(L + \frac{L}{2}\right) - \ln\left(\frac{L}{2}\right)\right] = \frac{\boldsymbol{\lambda}}{\boldsymbol{4\pi\,\varepsilon_0}}\,\mathbf{.\,ln\,(3)}}$$

Nota: $\left|\left(-\frac{L}{2} - X, 0{,}0\right)\right| = \sqrt{\left(-\frac{L}{2} - X\right)^2} = \sqrt{(-1)^2\left(\frac{L}{2} + X\right)^2} = X + \frac{L}{2}$

b-
$W = q\,\Delta V$ por lo que en nuestro caso $W = q\,(\mathrm{V_B} - \mathrm{V_A})$. Recordar que el ΔV es V fin – V inicio.

De la misma forma que antes podemos calcular el “potencial” de B y luego restárselo a A.

$\overline{r} = B = (\frac{L}{2}, L, 0\,)$ y $\overline{r}\,' = (x, 0{,}0)$ con 0<x<L .

$$V(B) = \frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \int_0^L \frac{dx'}{\left|\frac{L}{2} - x, L, 0\right|} = \frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0} \cdot \int_0^L \frac{dx'}{\sqrt{\left(\frac{L}{2} - x\right)^2 + L^2}} =$$

Ahora, tomando u= L/2 – x

$$\int_{L/2}^{-L/2} \frac{-dU}{\sqrt{U^2 + L^2}} = \int_{-L/2}^{L/2} \frac{dU}{\sqrt{U^2 + L^2}}$$

Tabla de integrales mediante, la primitiva es $\ln\left(U + \sqrt{U^2 + L^2}\right)$ por lo que la integral da:

$$\ln\left(\frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} + L^2}\right) - \ln\left(-\frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} + L^2}\right) = \ln\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}L\right) - \ln\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}L\right) =$$

$$= \ln\left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)$$

Por lo que

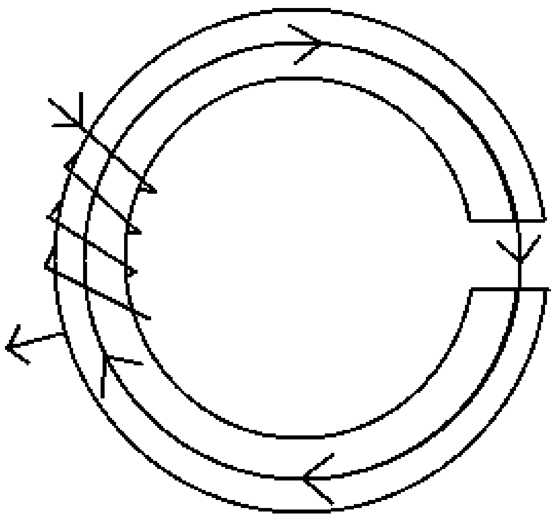
$$V(B) = \frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0}\,.\ln\left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right)$$

$$V_B - V_A = \frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0}.\left(\ln\left(\frac{\sqrt{5}+3}{2}\right) - \ln(3)\right) = \boldsymbol{\frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0}.\ln\left(\frac{\sqrt{5}+3}{6}\right)}$$

$$\boxed{\boldsymbol{W = q\,\frac{\lambda}{4\pi\,\varepsilon_0}.\ln\left(\frac{\sqrt{5}+3}{6}\right)}}$$

3) a-

Elijo el siguiente sentido para la corriente



Según Ampere:

$\oint_C \overline{H}\,.\overline{dl} = \int_{C-e} \overline{H_m}.\overline{dl} + \int_e \overline{H_e}.\overline{dl}$ =N I

Se cumplen según el enunciado todas las condiciones para aproximar por sección delgada y elegir a C como una circunferencia concéntrica cuyo radio es el Radio medio (Rm).

En la interfaz entrehierro-material se cumple que Bm=Be=B por condición de frontera. He sale cte fuera de la integral pues por el análisis previo (pónganlo), es tangente al dl y ambos están en el versor tangencial. Como pide que Hm = 0, lo anterior se reduce a $\int_e \overline{H_e}.\overline{dl}$ =N I. Por ser el aire un material lineal $\overline{B} = \mu_r\mu_0\overline{H_e}$, pero en el gráfico se observa que cuando H=0, B=Br, entonces

$$\boxed{\int_e \overline{H_e}.\overline{dl} = \frac{B_r}{\mu_0}.e = NI \;==>\; \boldsymbol{e = \frac{NI\mu_0}{B_r}}}$$

En el final yo dejé expresado así y me lo pusieron bien. Es medio raro porque todo es dato, pero bueno.

b-

Dentro del material:

$$\boxed{\boldsymbol{H_m = 0\,, B_m = B_R\,, M = \frac{B_R}{\mu_0}}}$$

En el entrehierro:

$$\boxed{\boldsymbol{H_e = \frac{NI}{e} = \frac{B_r}{\mu_0}\,, B_e = B_R\,, M = 0}}$$

4) FII B

Por los datos

f= 50 Hz ; w=100π rad/s ; Vef= 220 V ; P= 1kW ; cos ϕ = 0,75

a-

$$\mathbb{V} = \mathbb{Z}\mathbb{I} = (R + j\omega L)\mathbb{I}$$

Trabajando con módulos y valores eficaces

$$Vef = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}\; Ief$$

Con el dato de la potencia $Ief = \frac{P}{Vef} = \frac{50}{11} A$ y con el dato del factor de potencia $\phi = \cos^{-1} 0{,}75$ por lo que:

$$\begin{cases} \tan\phi = \dfrac{\omega L}{R} \\ Z = \dfrac{Vef}{Ief} = 48{,}4\ \Omega = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \end{cases}$$

2 ecuaciones, 2 incógnitas.

Cuentas después:

$$\boxed{\boldsymbol{L = 0{,}1019\ H\,; R = 36{,}3000\ \Omega}}$$

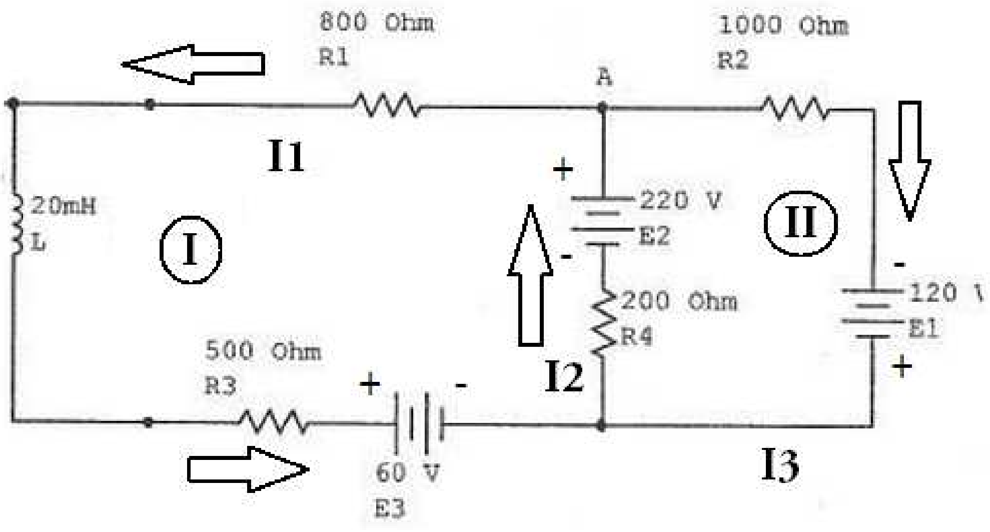
b-

cos ϕ = 0,9, Luego:

$$\boxed{\boldsymbol{\cos\phi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}} ==> C = 2{,}2055.\boldsymbol{10^{-4}\ F}}$$

5) FII B

Vuelan las ramas con capacitores, queda solo una puesta a tierra y por ahí no puede irse carga (por conservación de la misma). Quedan 2 mallas y 3 corrientes. El inductor no afecta en nada al circuito por ser régimen estacionario.



a-

Una vez supuesto los sentidos de corrientes y planteando mallas y nodos.

$$\begin{cases} I1 - I2 + I3 = 0 \\ 1300\Omega . I1 + 200\Omega . I2 = 160V \\ 200\Omega . I2 + 1000\Omega . I3 = 340V \end{cases}$$

$$\boxed{\boldsymbol{I1 = \frac{31}{440} A \ ; \ I2 = \frac{301}{880} A \ ; \ \ I3 = \frac{239}{880} A}}$$

Todo positivo, el sentido supuesto era el correcto.

b-

Circulo por la rama correspondiente a I2, hacia la puesta a tierra.

$$\boxed{Vt - Va = -220V + \frac{301}{880} A . 200\Omega = -\frac{3325}{22} V ==> \boldsymbol{Va = \frac{3325}{22} V}}$$

$P = I^2 . R$ por lo tanto:

$$\boxed{\boldsymbol{P1 = 3,9711\ W \ ; P2 = 73,7616\ W ; P3 = 2,4819\ W \ ; P4 = 23,3990\ W}}$$